

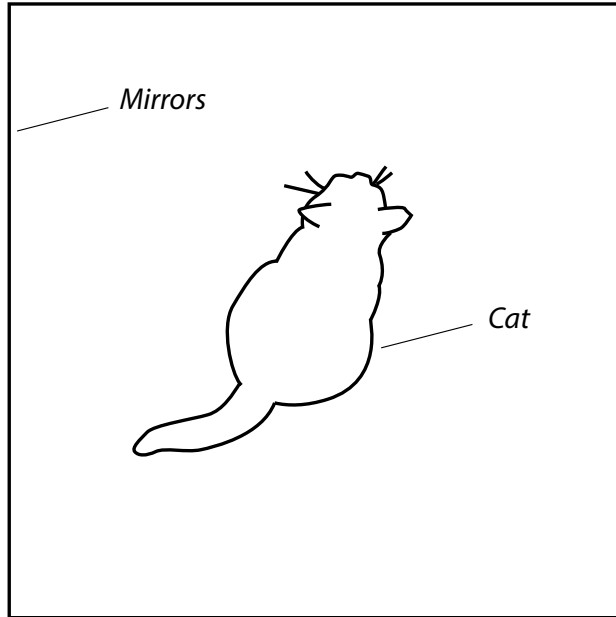
La dynamique sauvage de la lumière

Pierre Berger

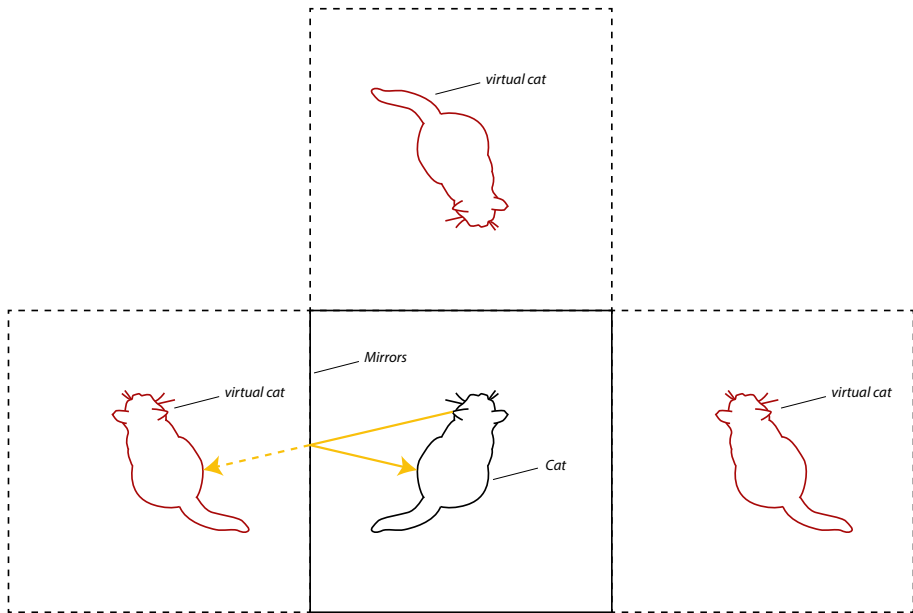
CNRS - Sorbonne Université - Université de Paris- IMJ-PRG

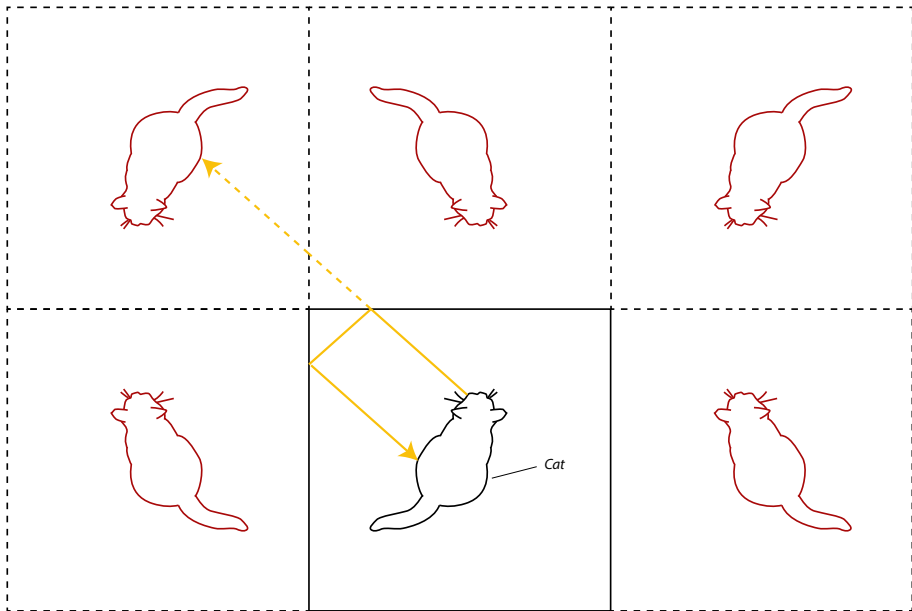
Projet ERC 818737 « Emergence of wild differentiable dynamics »

Experience 1

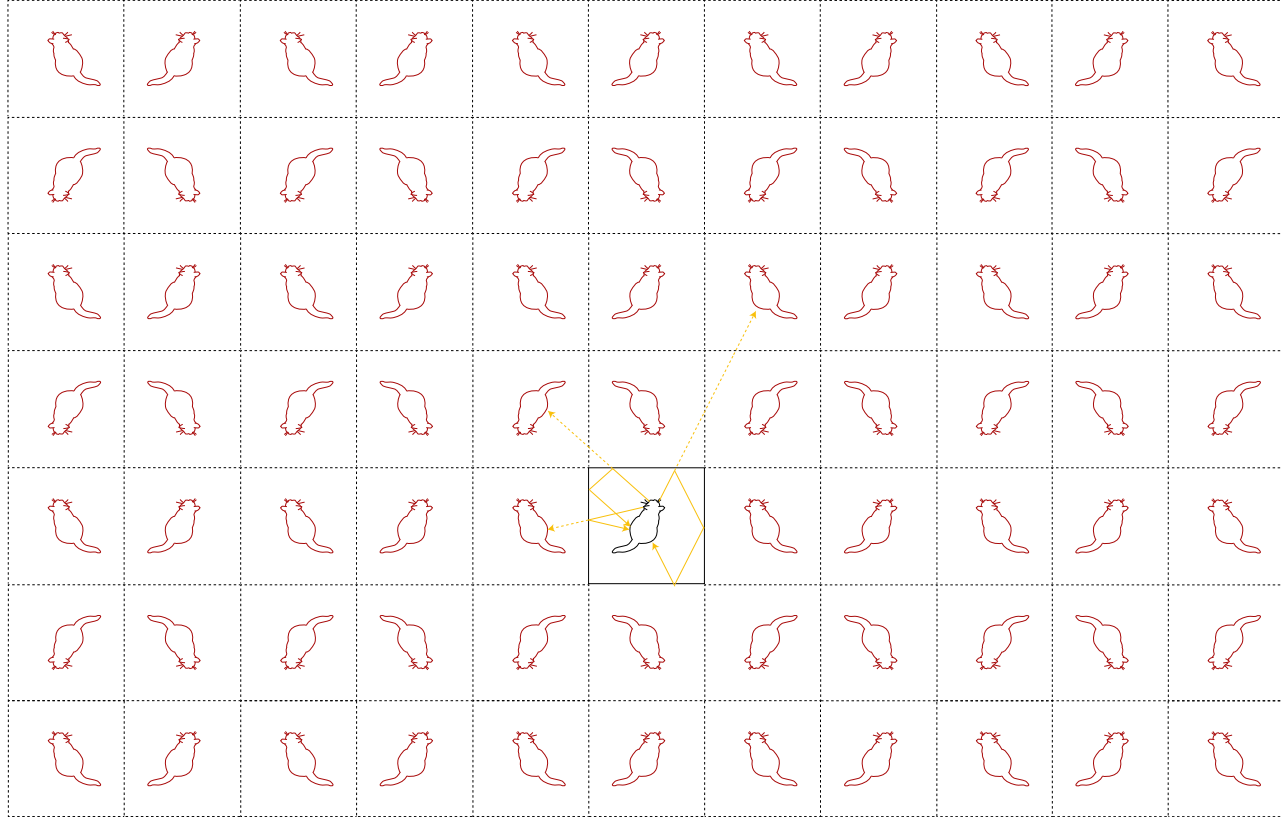


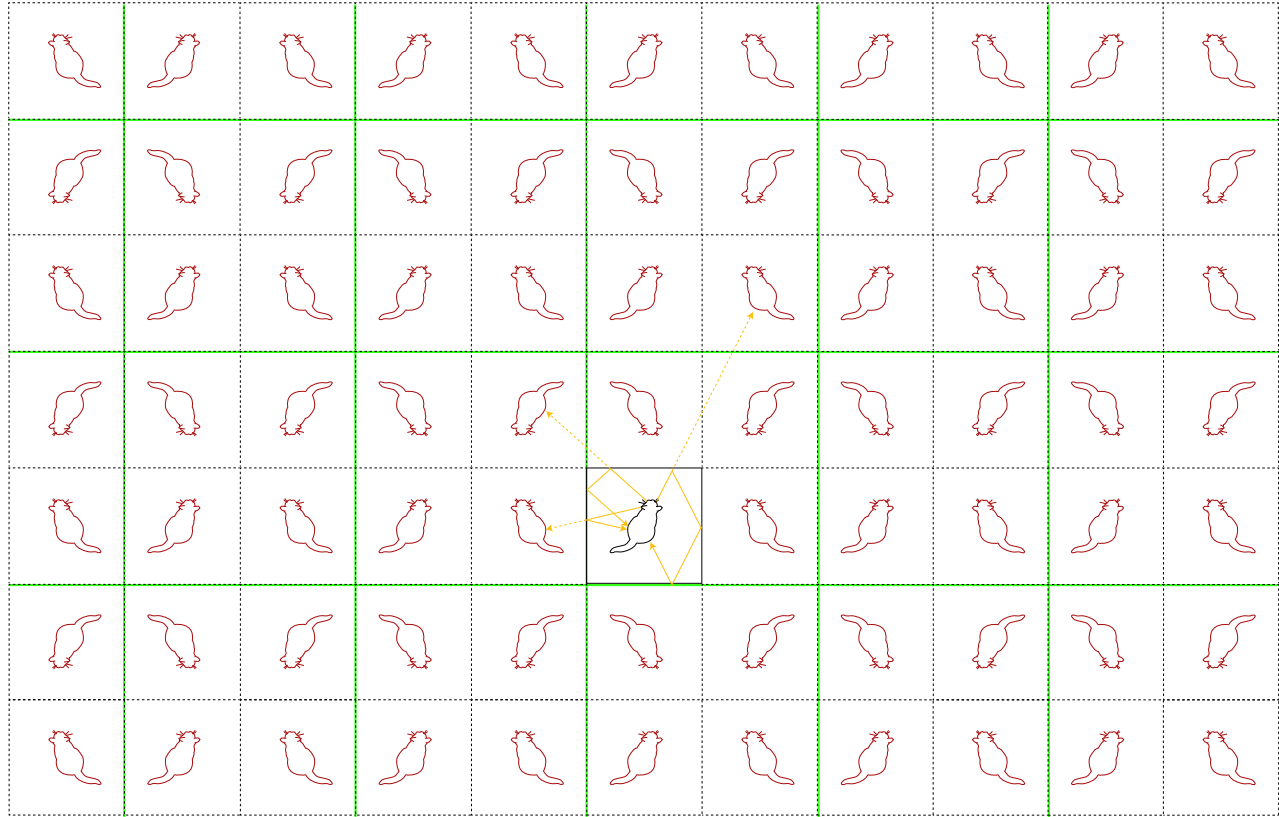




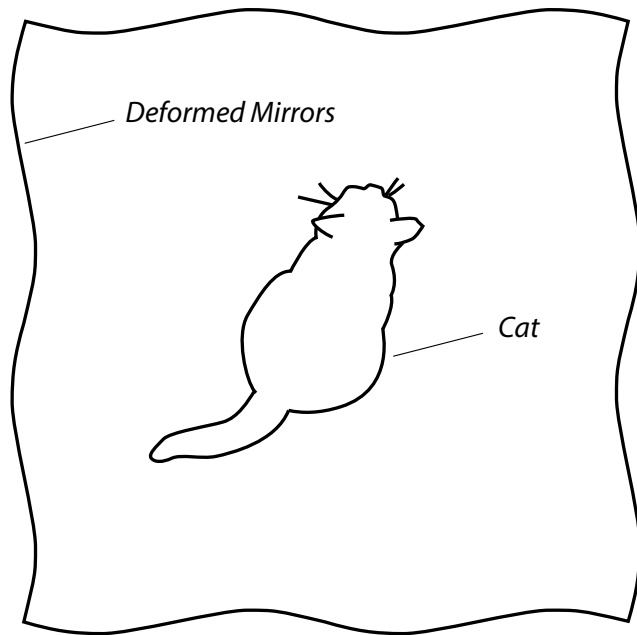


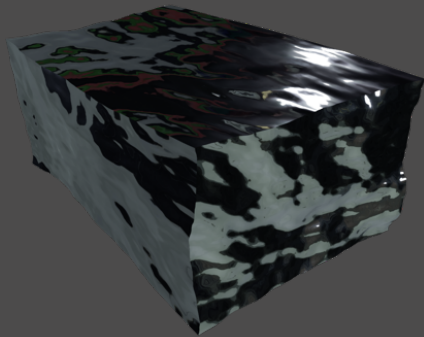
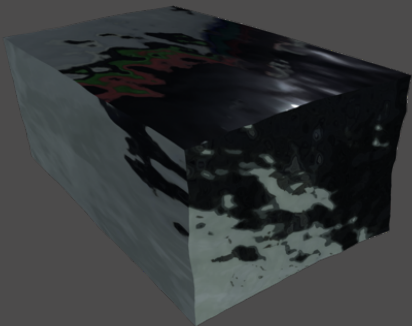
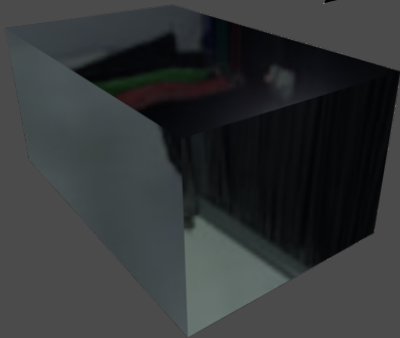
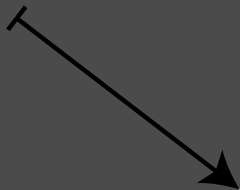
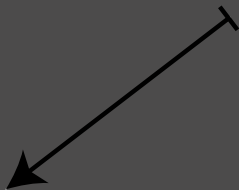






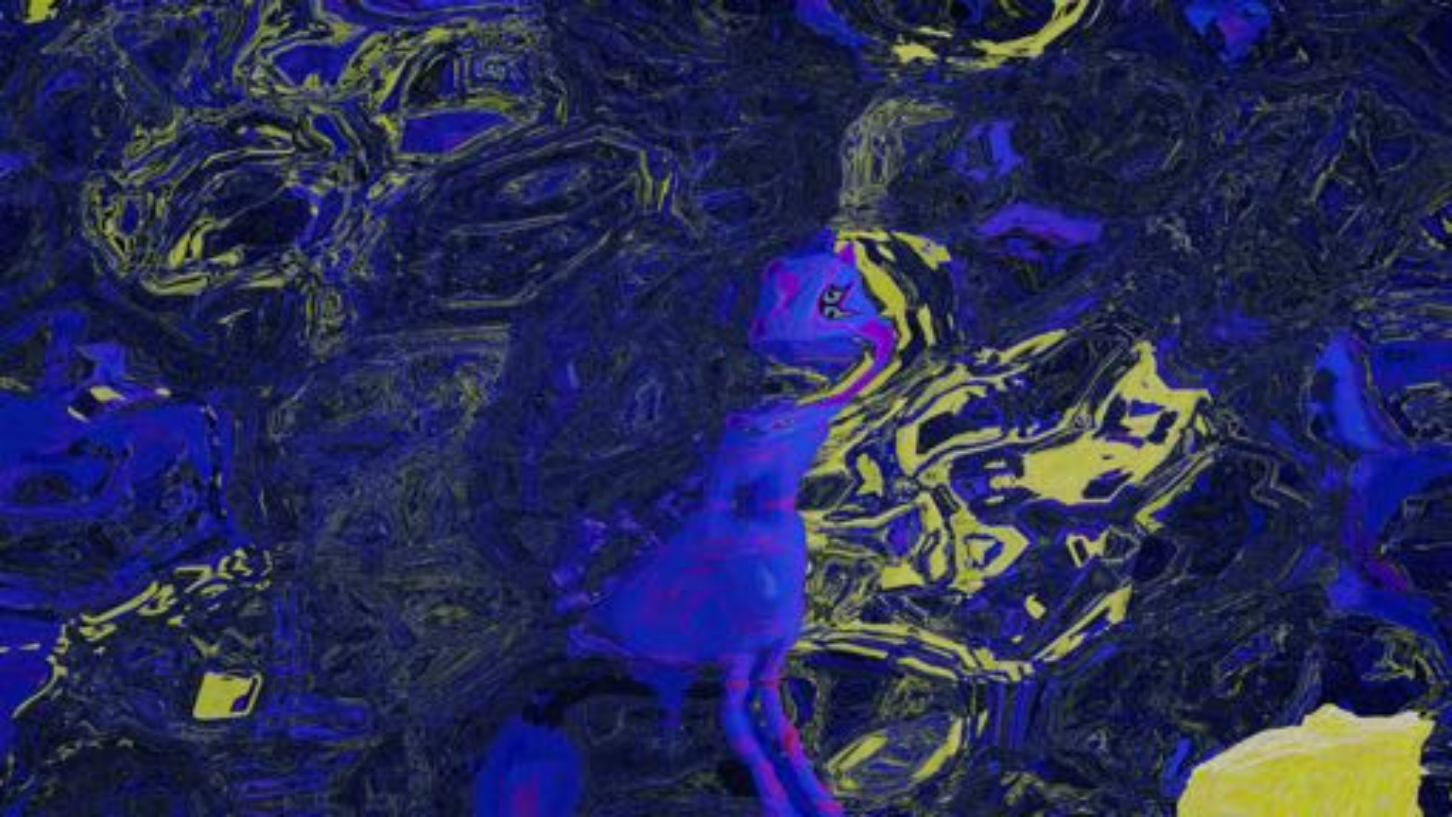
Experience 2

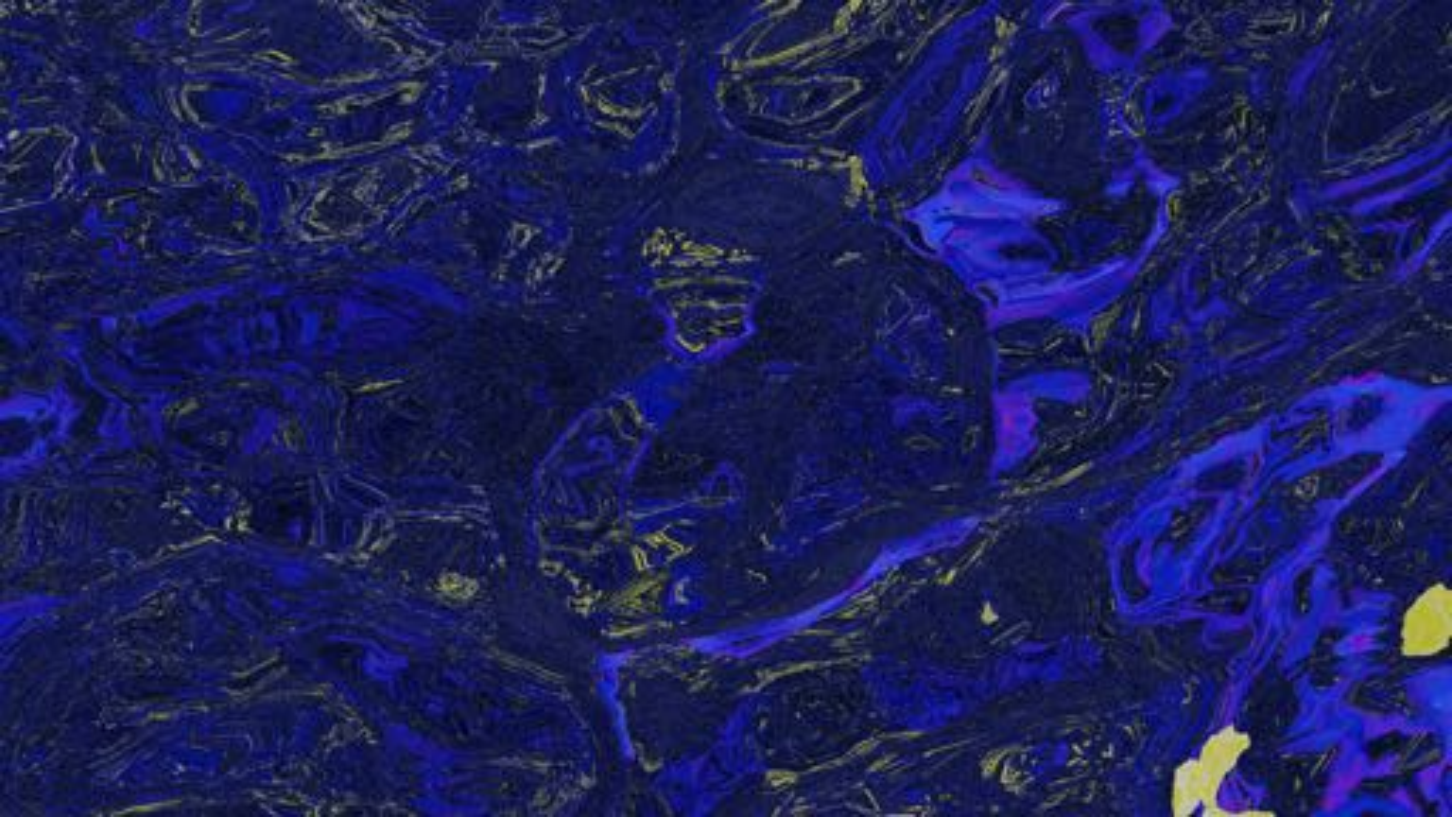




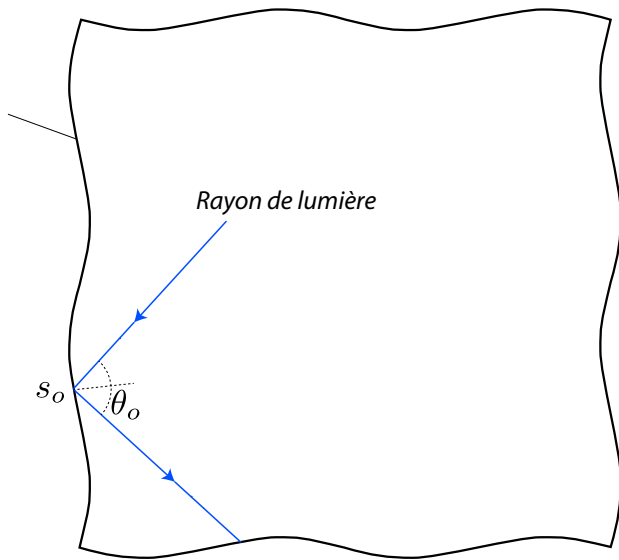






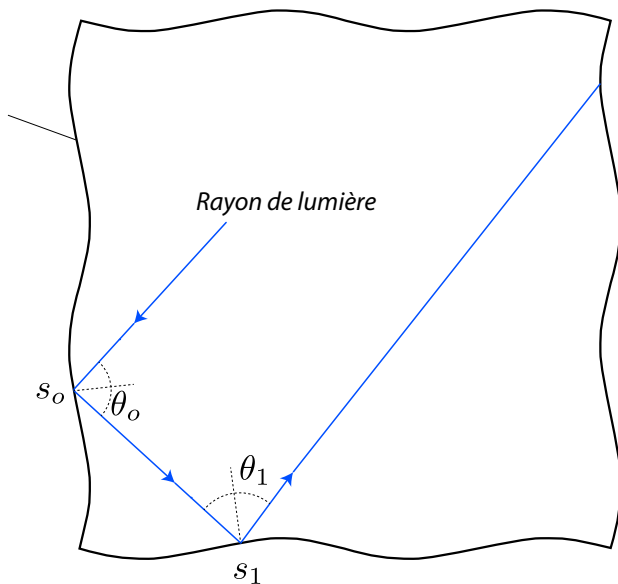


Miroir déformé



Ce que nous voyons est donné par la dynamique de la lumière
 (s_o, θ_o)

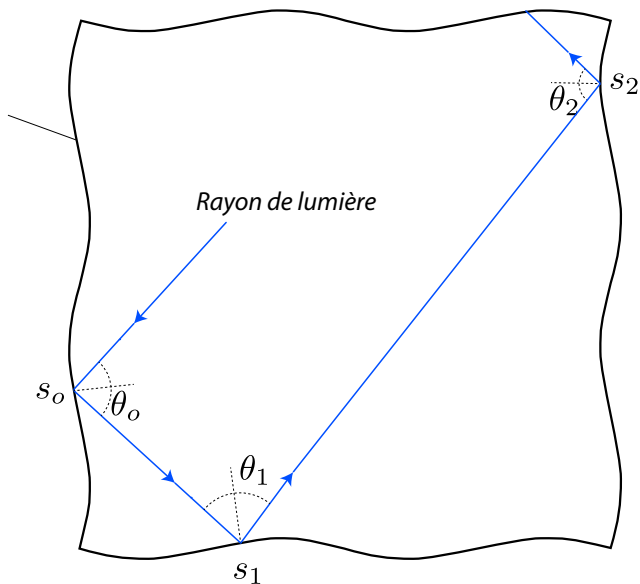
Miroir déformé



Ce que nous voyons est donné par la dynamique de la lumière

$$(s_o, \theta_o) \mapsto (s_1, \theta_1)$$

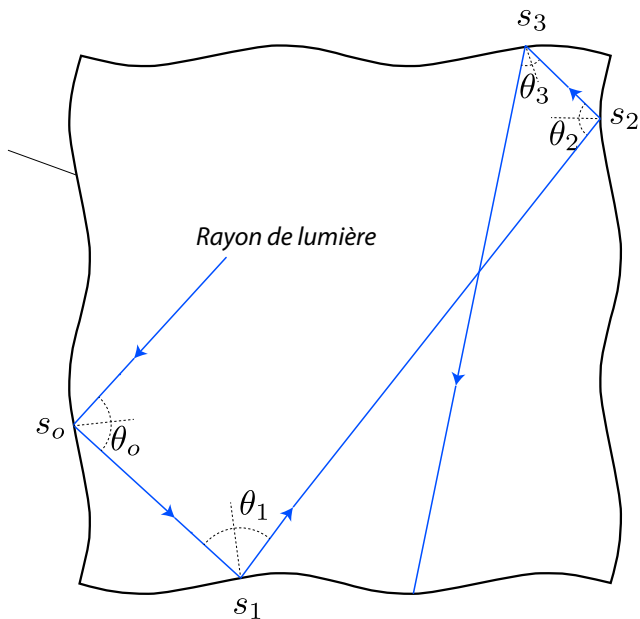
Miroir déformé



Ce que nous voyons est donné par la dynamique de la lumière

$$(s_o, \theta_o) \mapsto (s_1, \theta_1) \mapsto (s_2, \theta_2)$$

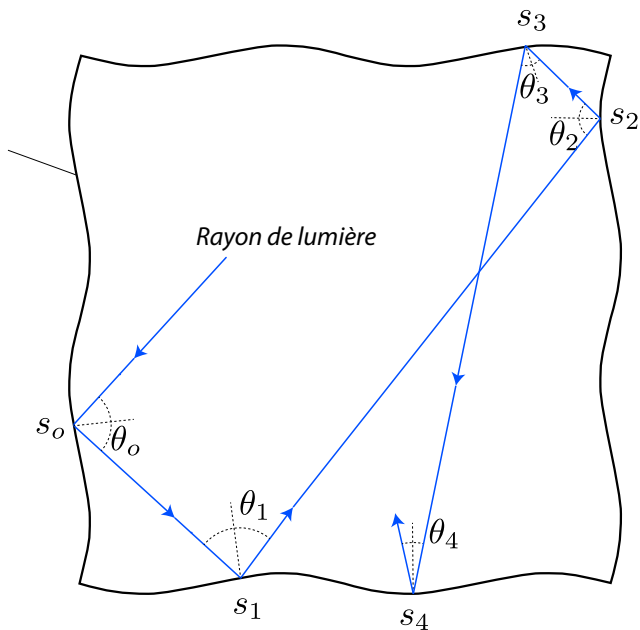
Miroir déformé



Ce que nous voyons est donné par la dynamique de la lumière

$$(s_o, \theta_o) \mapsto (s_1, \theta_1) \mapsto (s_2, \theta_2) \mapsto (s_3, \theta_3)$$

Miroir déformé



Ce que nous voyons est donné par la dynamique de la lumière

$$(s_o, \theta_o) \mapsto (s_1, \theta_1) \mapsto (s_2, \theta_2) \mapsto (s_3, \theta_3) \mapsto (s_4, \theta_4) \cdots$$

Que peut-on dire sur la dynamique des rayons lumineux ?

La dynamique de la lumière suit les lois de la mécanique classique conservative.

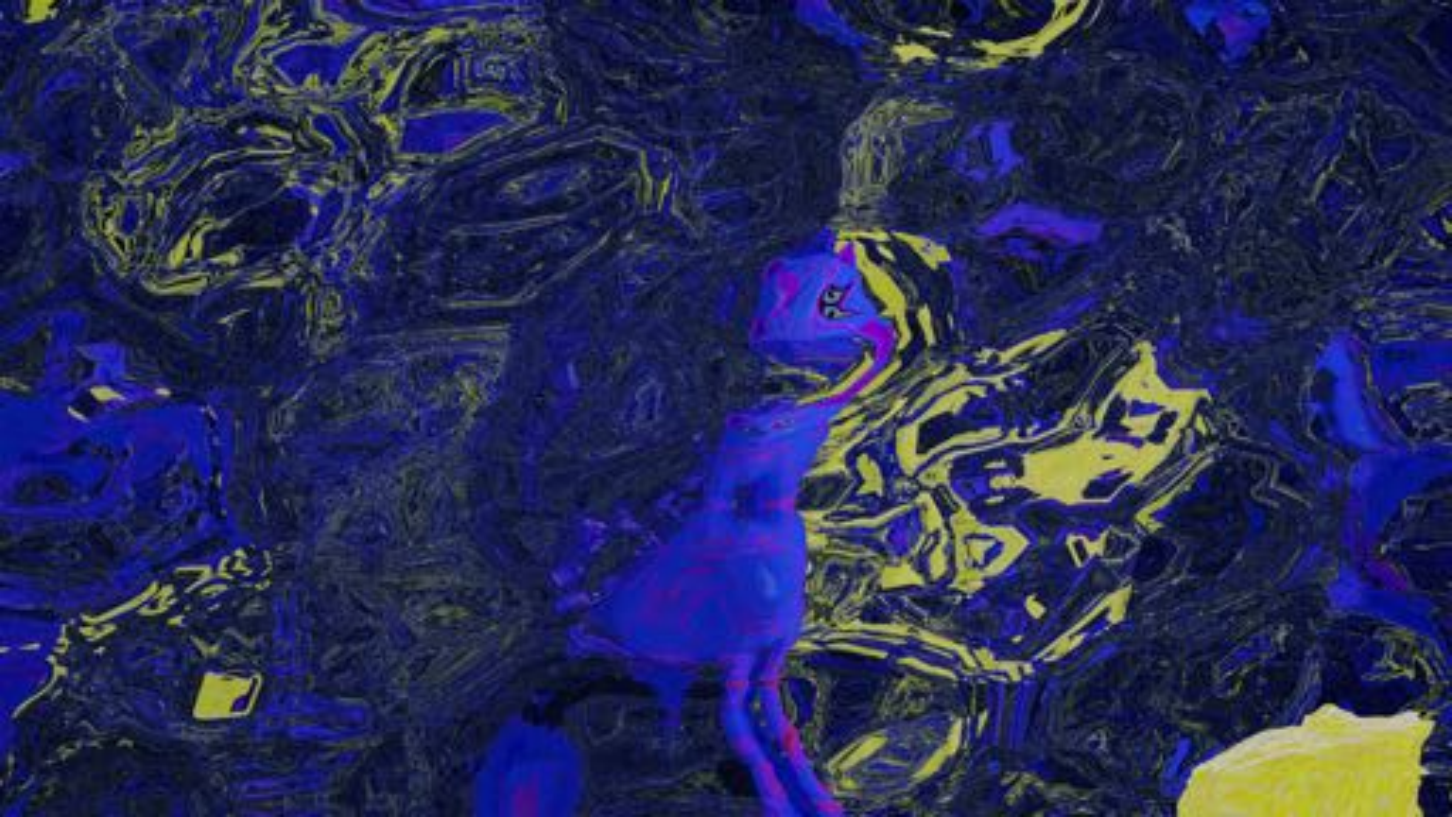
Théorème (de Récurrence de Poincaré)

Presque toute orbite est récurrente:

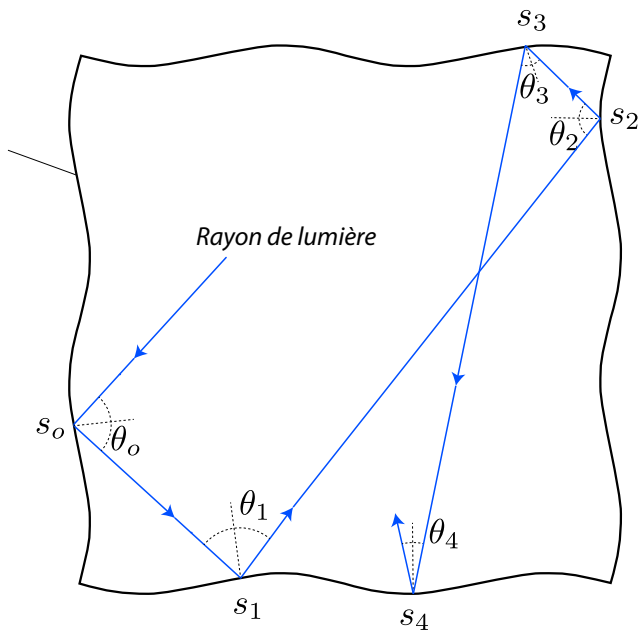
Pour p.t. (s_o, θ_o) , il existe un grand n t.q. (s_n, θ_n) est proche de (s_o, θ_o) .

★ **Corollaire** ★

Le chat voit un horizon rempli d'images de lui de la pierre jaune.



Miroir déformé

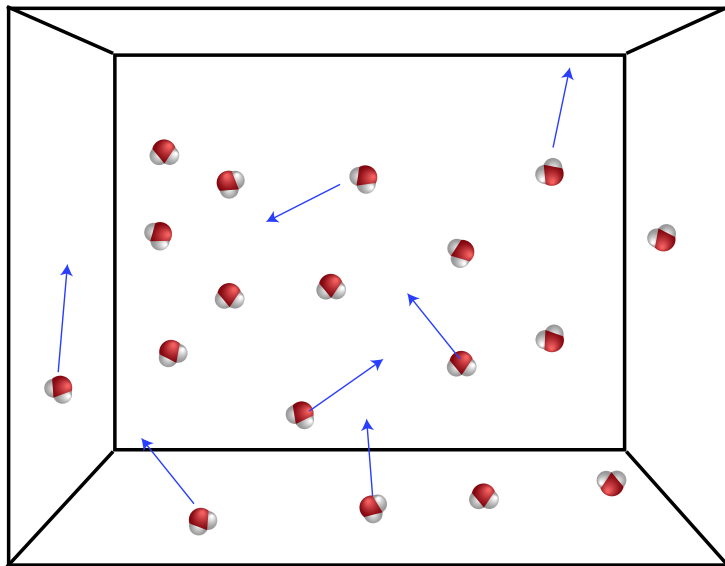


Une orbite typique est-elle dense ?

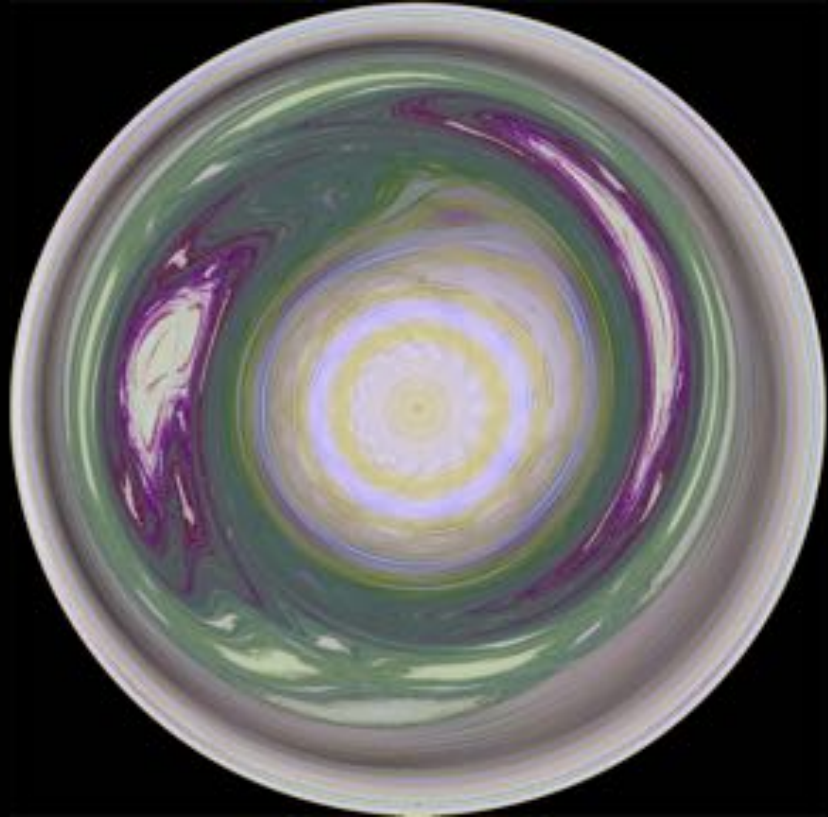
$$(s_o, \theta_o) \mapsto (s_1, \theta_1) \mapsto (s_2, \theta_2) \mapsto (s_3, \theta_3) \mapsto (s_4, \theta_4) \cdots$$

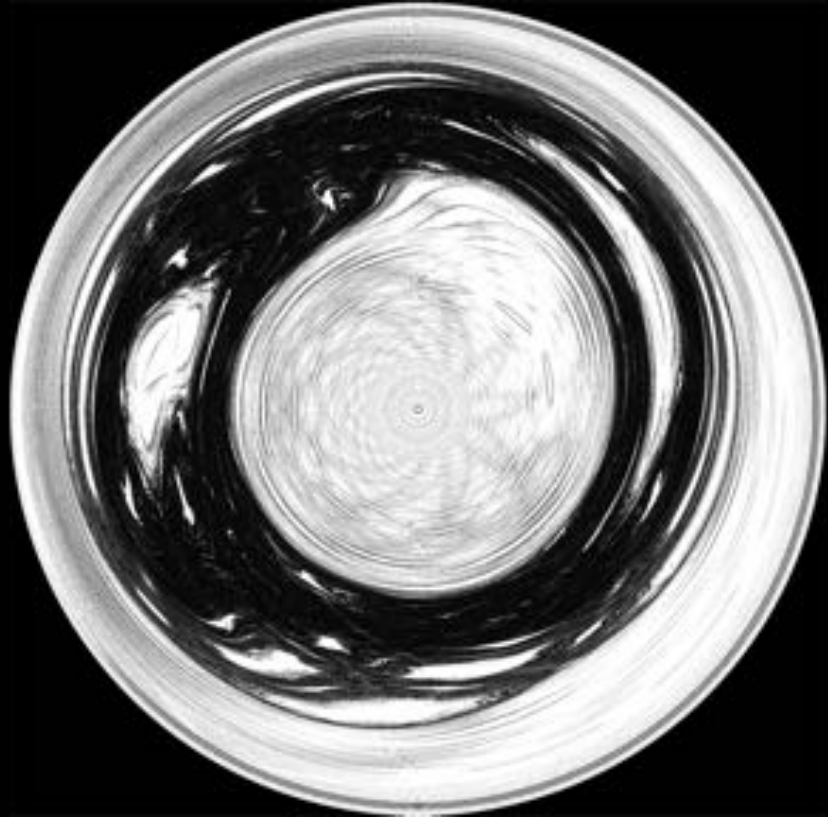
Hypothèse Ergodique (Boltzman, Birkhoff, Koopman, Ehrenfest, Poincaré)

Pour un système mécanique classique conservatif typique, une orbit typique est qui-distribuée.

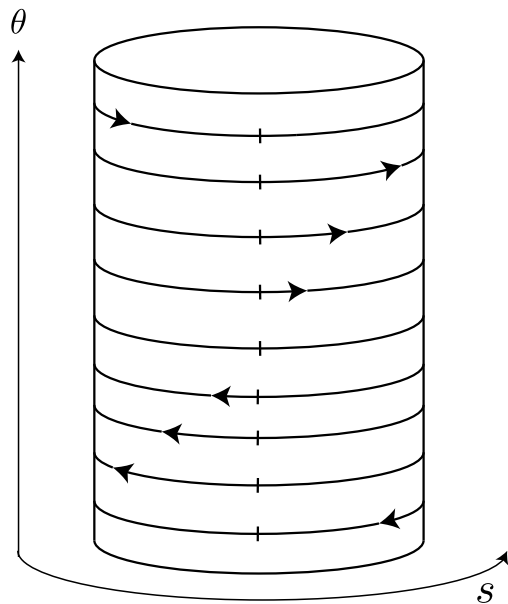
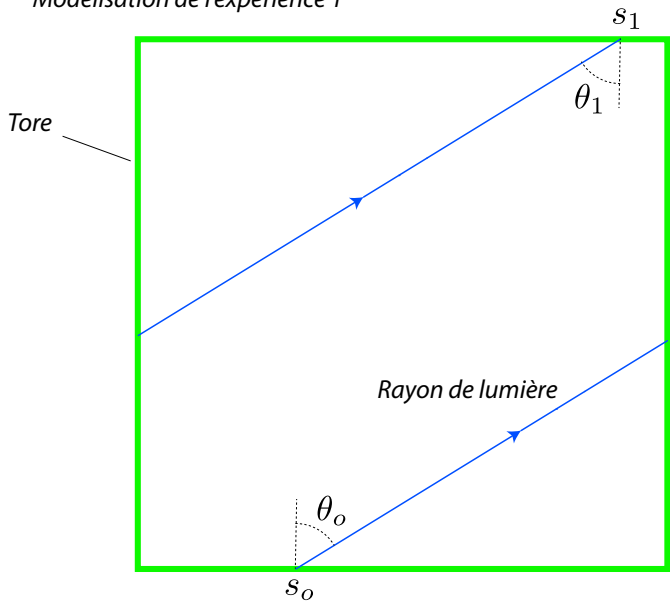






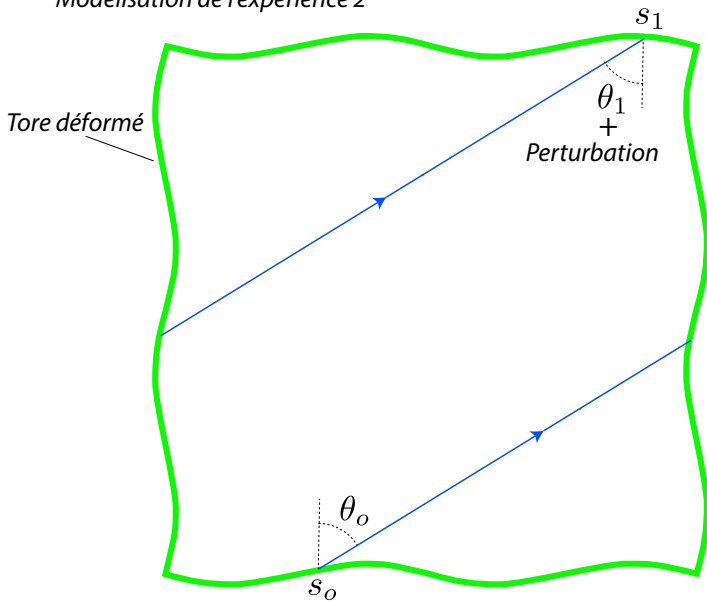


Modélisation de l'expérience 1



$$\begin{pmatrix} s_o \\ \theta_o \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} s_1 = s_o + \tan(\theta_o) \\ \theta_1 = \theta_o \end{pmatrix}$$

Modélisation de l'expérience 2



$$\begin{pmatrix} s_o \\ \theta_o \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} s_1 = s_o + \tan(\theta_o) \\ \theta_1 = \theta_o \end{pmatrix} + \text{perturbation}$$

Expérience 2.a:

$$\begin{pmatrix} s_o \\ \theta_o \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} s_o + \theta_o \\ \theta_o \end{pmatrix} + \text{perturbation}$$

Expérience 2.b:

$$\begin{pmatrix} s_o \\ \theta_o \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} s_o + \sin(\theta_o) \\ \theta_o \end{pmatrix} + \text{perturbation}$$

Expérience 2.a:

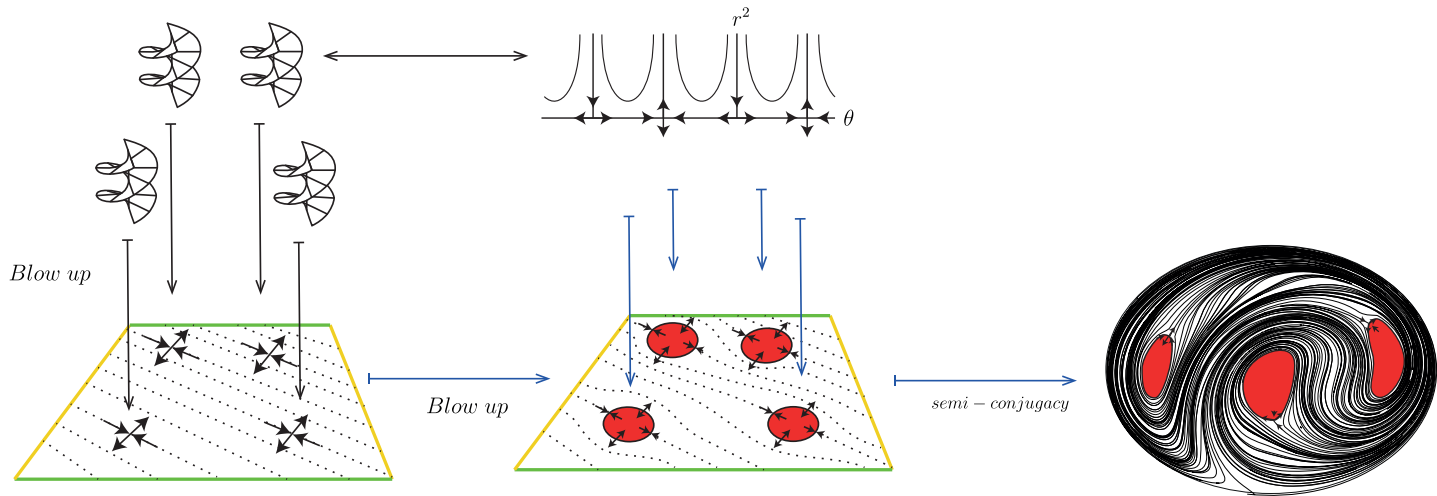
$$\begin{pmatrix} s_o \\ \theta_o \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} s_1 = s_o + \theta_o \\ \theta_1 = \theta_o + \epsilon \cdot \sin(s_1) \end{pmatrix}$$

Expérience 2.b:

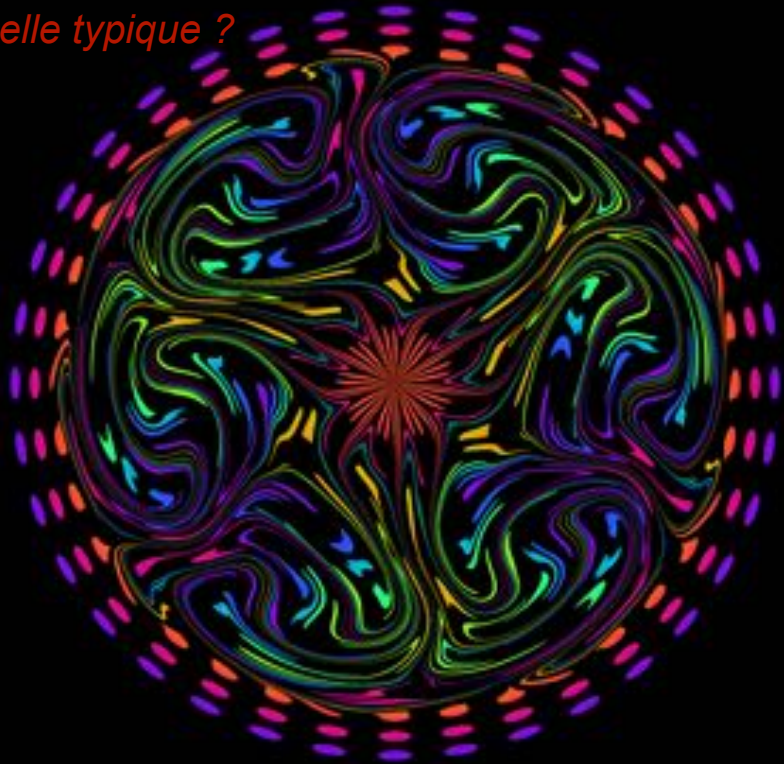
$$\begin{pmatrix} s_o \\ \theta_o \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} s_1 = s_o + \sin(\theta_o) \\ \theta_1 = \theta_o + \epsilon \cdot \sin(s_1) + \frac{\epsilon}{50} \cdot \sin(7 \cdot s_1) + \frac{\epsilon}{100} \cdot \sin(30 \cdot s_1) \end{pmatrix}$$

Le chaos est-il typique?

Le chaos est-il typique?



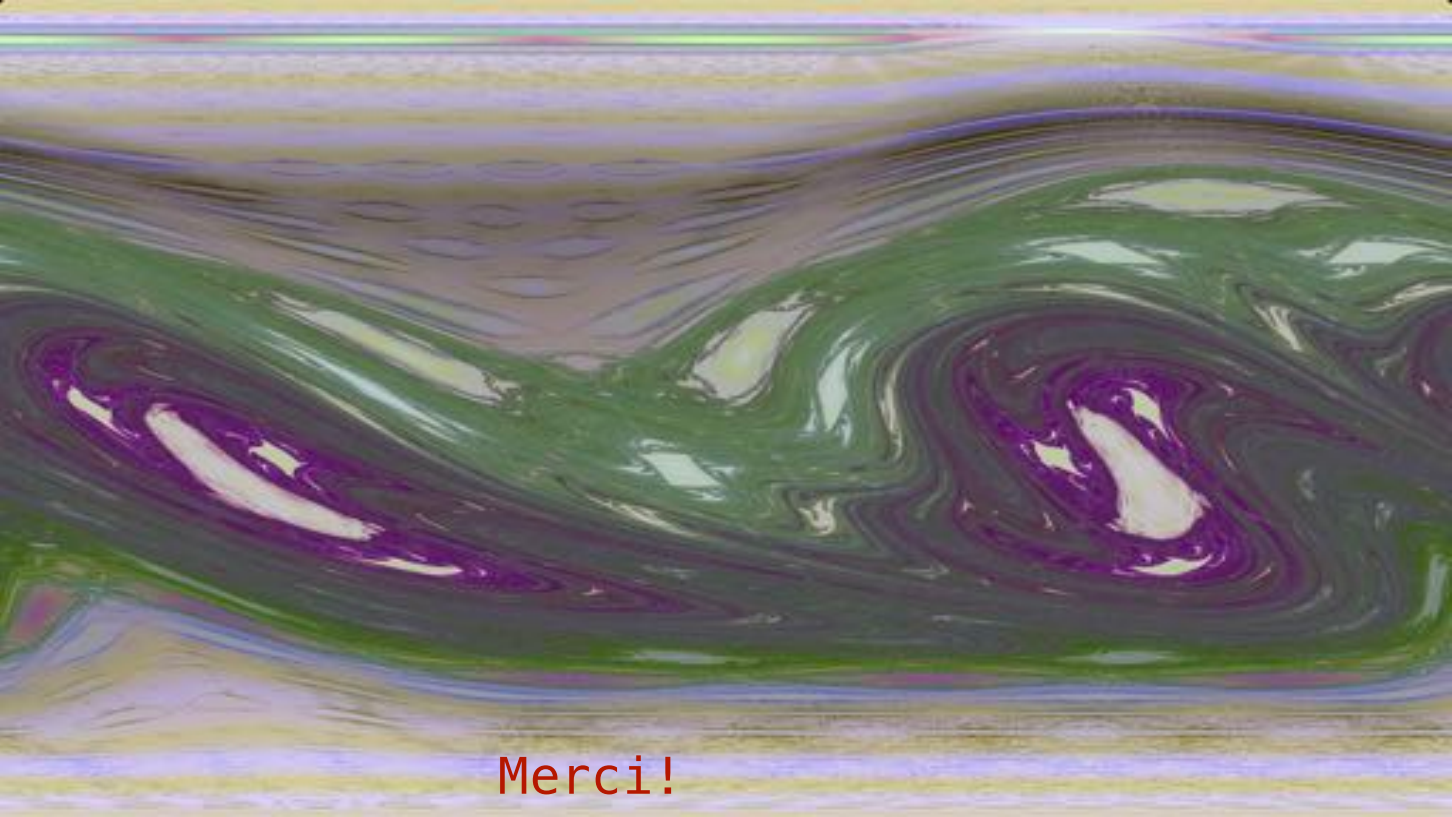
L'ergocité est-elle typique ?



Beaucoup de systèmes sont non-ergodiques

Y a-t-il des systèmes naturelles qui sont tellement non-ergodiques que l'on ne peut pas les modéliser par des statistiques?

Existe-t-il une expression simple d'un système dynamique qui soit aussi complexe que ce que l'on peut observer dans la nature?



Merci!